

# WT Tutorium 1

Andreas Tsouchlos  
7. November 2025



# Struktur des Tutoriums

## ■ Ziele

- Üben/Verstehen der Herangehensweisen Aufgaben zu lösen
- Wiederholung der für die Aufgaben wichtigsten Teile der Theorie

## ■ Struktur der Tutorien

| Abschnitt                         | Dauer  |
|-----------------------------------|--------|
| Aufgabe 1: Theorie Wiederholung   | 10 min |
| Aufgabe 1: Selbstrechenphase      | 20 min |
| Aufgabe 1: Besprechung der Lösung | 10 min |
| Aufgabe 2: Theorie Wiederholung   | 10 min |
| Aufgabe 2: Selbstrechenphase      | 20 min |
| Aufgabe 2: Besprechung der Lösung | 10 min |
| Zusammenfassung                   | 10 min |

# Ereignisse & Laplace

## ■ Ereignisse

Ergebnisraum:  $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_N\}$

Ergebnis:  $\omega_i$

Ereignis:  $A \subseteq \Omega$

### Beispiel: Würfeln mit einem Würfel

$$\Omega = \{1, \dots, 6\}$$

$$A = \{1, 6\}$$

### Beispiel: Würfeln mit zwei Würfeln

$$\Omega = \{(i, j) : i, j \in \{1, \dots, 6\}\}$$

$$A = \{(1, 1), (2, 2), \dots, (6, 6)\}$$

## ■ Laplace'sches Zufallsexperiment

Voraussetzungen:  $\begin{cases} |\Omega| \text{ endlich} \\ P(\omega_i) = \frac{1}{|\Omega|} \end{cases}$

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{\text{Anzahl "günstiger" Möglichkeiten}}{\text{Anzahl Möglichkeiten}}$$

# Kombinationen und Hypergeometrische Verteilung

- Kombinationen: Ziehen ohne zurücklegen, ohne Betrachtung der Reihenfolge

$$|C_N^{(K)}| = \binom{N}{K} = \frac{N!}{(N - K)!K!}$$

**Beispiel: Wie viele mögliche Ergebnisse gibt es beim Lotto “6 aus 49”?**

$$\begin{aligned} N &= 49 \\ K &= 6 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \binom{49}{6} = 13983816$$

- Hypergeometrische Verteilung

$$P_r = \frac{\binom{R}{r} \binom{N-R}{n-r}}{\binom{N}{n}}$$

**Beispiel: In einer Urne sind N Kugeln, davon R rot. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit beim ziehen von n Kugeln (ohne Zurücklegen) genau r rote zu erwischen?**

## Laplace'sches Zufallsexperiment

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{\text{Anzahl "günstiger" Möglichkeiten}}{\text{Anzahl Möglichkeiten}}$$

## Kombinationen

$$|C_N^{(K)}| = \binom{N}{K} = \frac{N!}{(N-K)!K!}$$

## Hypergeometrische Verteilung

$$P_R = \frac{\binom{R}{r} \binom{N-R}{n-r}}{\binom{N}{n}}$$

# Aufgabe 1: Ergebnisraum & Hypergeometrische Verteilung



Bei einem Kartenspiel erhält ein Spieler 5 Karten aus einem Deck von 52 Karten (bestehend aus 13 Arten mit je 4 Farben). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler

- a) mindestens ein Ass hat?
- b) genau ein Ass hat?
- c) mindestens zwei Karten der gleichen Art ("Paar") hat?

# Aufgabe 1: Ergebnisraum & Hypergeometrische Verteilung

Bei einem Kartenspiel erhält ein Spieler 5 Karten aus einem Deck von 52 Karten (bestehend aus 13 Arten mit je 4 Farben). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler

- a) mindestens ein Ass hat?

$$P(\text{mindestens ein Ass}) = 1 - P(\text{kein Ass}) = 1 - \frac{\binom{4}{0} \binom{48}{5}}{\binom{52}{5}} \approx 0,341$$

- b) genau ein Ass hat?

$$P(\text{genau ein Ass}) = \frac{\binom{4}{1} \binom{48}{4}}{\binom{52}{5}} \approx 0,299$$

- c) mindestens zwei Karten der gleichen Art ("Paar") hat?

$$\begin{aligned} P(\text{mindestens zwei gleiche Karten}) &= 1 - P(\text{alle Karten unterschiedlich}) \\ &= 1 - \frac{\text{Anzahl Möglichkeiten mit nur unterschiedlichen Karten}}{\text{Anzahl Möglichkeiten}} \\ &= 1 - \frac{\binom{13}{5} \cdot 4^5}{\binom{52}{5}} \approx 0,493 \end{aligned}$$

## ■ Potenzmenge

$$\mathcal{P}(\Omega) = \{A : A \subseteq \Omega\} \quad (\text{"Menge aller Teilmengen von } \Omega\text{"})$$

## Beispiel

$$\begin{aligned}\Omega &= \{A, B, C\} \\ \mathcal{P}(\Omega) &= \{\emptyset, \{A\}, \{B\}, \{C\}, \{A, B\}, \\ &\quad \{A, C\}, \{B, C\}, \{A, B, C\}\}\end{aligned}$$

## ■ Variationen und Kombinationen

|   | Mit Zurücklegen                          | Ohne Zurücklegen                  |
|---|--|-----------------------------------|
| Mit Reihenfolge ( <i>Variationen</i> )    | $ \tilde{V}_N^{(K)}  = N^K$              | $ V_N^{(K)}  = \frac{N!}{(N-K)!}$ |
| Ohne Reihenfolge ( <i>Kombinationen</i> ) | $ \tilde{C}_N^{(K)}  = \binom{N+K-1}{K}$ | $ C_N^{(K)}  = \binom{N}{K}$      |

## ■ Permutationen

$$\Pi_N = \{(a_1, \dots, a_N) \in \Omega : a_i \neq a_j, i \neq j\}$$

Alle Elemente von  $\Omega$  unterscheidbar:

$$|\Pi_N| = N!$$

Jeweils  $L_1, L_2, \dots, L_M$  der Elemente sind gleich:  $|\Pi_N^{(L_1, L_2, \dots, L_M)}| = \frac{N!}{L_1! L_2! \dots L_M!}$

## Beispiel:

$$\begin{aligned}\Omega &= A, B, C \\ \Pi_N &= \{(A, B, C), (A, C, B), (B, A, C), \\ &\quad (B, C, A), (C, A, B), (C, B, A)\}\end{aligned}$$

# Zusammenfassung

## Potenzmenge

$$\mathcal{P}(\Omega) = \{A : A \subseteq \Omega\}$$

## Permutationen

$$|\Pi_N| = N!$$

$$|\Pi_N^{(L_1, L_2, \dots, L_M)}| = \frac{N!}{L_1! L_2! \cdots L_M!}$$

## Variationen & Kombinationen

|   | Mit Zurücklegen                          | Ohne Zurücklegen                  |
|---|--|-----------------------------------|
| Mit Reihenfolge ( <i>Variationen</i> )    | $ \tilde{V}_N^{(K)}  = N^K$              | $ V_N^{(K)}  = \frac{N!}{(N-K)!}$ |
| Ohne Reihenfolge ( <i>Kombinationen</i> ) | $ \tilde{C}_N^{(K)}  = \binom{N+K-1}{K}$ | $ C_N^{(K)}  = \binom{N}{K}$      |

# Aufgabe 2: Variationen & Permutationen

Aufgabe 2: Variationen & Permutationen Ein Burgerrestaurant bietet verschiedene Burger mit den Zutaten Salat (S), Käse (K), Tomate (T) und Patty (P) an. Diese werden zufällig für die Zubereitung eines Burgers ausgewählt.

- Die Ergebnismenge sei  $\Omega = \{S, K, T, P\}$ . Wie lautet die Potenzmenge  $P(\Omega)$ ?
- Für einen normalen Burger werden 3 der 4 möglichen Zutaten ausgewählt und in einer bestimmten Reihenfolge auf das Burgerbrötchen gelegt. Wie viele verschiedene normale Burger gibt es?
- Ein Burger „Spezial“ besteht ebenfalls aus 3 Zutaten. Jedoch können Tomate und Salat doppelt vorkommen. Wie viele verschiedene Burger „Spezial“ gibt es?
- Der Burger „Jumbo“ enthält die folgende Menge an Zutaten:  $\{S, S, T, T, K, K, K, P, P, P\}$  die alle verwendet werden. Wie viele mögliche Belegungen des Burgers „Jumbo“ gibt es?

# Aufgabe 2: Variationen & Permutationen

Aufgabe 2: Variationen & Permutationen Ein Burgerrestaurant bietet verschiedene Burger mit den Zutaten Salat (S), Käse (K), Tomate (T) und Patty (P) an. Diese werden zufällig für die Zubereitung eines Burgers ausgewählt.

- a) Die Ergebnismenge sei  $\Omega = \{S, K, T, P\}$ . Wie lautet die Potenzmenge  $P(\Omega)$ ?

$$\begin{aligned} P(\Omega) = & \{\emptyset, \{S\}, \{K\}, \{T\}, \{P\}, \\ & \{S, K\}, \{S, T\}, \{S, P\}, \{K, T\}, \{K, P\}, \{T, P\}, \\ & \{S, K, T\}, \{S, K, P\}, \{S, T, P\}, \{K, T, P\}, \{S, K, T, P\}\} \end{aligned}$$

- b) Für einen normalen Burger werden 3 der 4 möglichen Zutaten ausgewählt und in einer bestimmten Reihenfolge auf das Burgerbrötchen gelegt. Wie viele verschiedene normale Burger gibt es?

$$|V_N^{(K)}| = \frac{4!}{1!} = 24$$

# Aufgabe 2: Variationen & Permutationen

Aufgabe 2: Variationen & Permutationen Ein Burgerrestaurant bietet verschiedene Burger mit den Zutaten Salat (S), Käse (K), Tomate (T) und Patty (P) an. Diese werden zufällig für die Zubereitung eines Burgers ausgewählt.

- c) Ein Burger „Spezial“ besteht ebenfalls aus 3 Zutaten. Jedoch können Tomate und Salat doppelt vorkommen. Wie viele verschiedene Burger „Spezial“ gibt es?

$$\begin{aligned}n_{\text{Burger}} &= n_{\text{Burger, alle Unterschiedlich}} + n_{\text{Burger, 2x Salat}} + n_{\text{Burger, 2x Tomate}} \\&= 24 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 42\end{aligned}$$

- d) Der Burger „Jumbo“ enthält die folgende Menge an Zutaten:  $\{S, S, T, T, K, K, K, P, P, P\}$  die alle verwendet werden. Wie viele mögliche Belegungen des Burgers „Jumbo“ gibt es?

$$|\Pi_N^{L_1, L_2, L_3, L_4}| = \frac{10!}{2!2!3!3!} = 25200$$